АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

Том 37 1991 Вып. 1

УДК 534.232

В. Г. Кириленко, В. А. Пирогов

ИЗЛУЧАТЕЛИ МАЛЫХ ВОЛНОВЫХ РАЗМЕРОВ НА ОСНОВЕ КОЛЕБАТЕЛЬНЫХ СИСТЕМ С ДВУМЯ СТЕПЕНЯМИ СВОБОДЫ

Анализируются вынужденные колебания в линейных неконсервативных акустически нагруженных колебательных системах с одной и двумя степенями свободы. Показаны преимущества использования колебательных систем с двумя степенями свободы в излучателях с малыми волновыми размерами с точки зрения расширения полосы пропускания частот по фиксированному уровню акустической мощности вблизи собственных частот и существенного увеличения акустической мощности на собственных частотах.

Излучатели с очень малыми волновыми размерами $L/\lambda \ll 0{,}1$ (L – характерный размер излучателя, λ – длина волны в среде излучения) и приемлемой акустической мощностью, как правило, строятся на основе резонансных колебательных систем с сосредоточенными параметрами, поскольку в отличие от распределенных систем в них отсутствует однозначная связь между ее линейными размерами и резонансными частотами.

В настоящей работе анализируются идеализированные модели реальных излучателей с малыми волновыми размерами (МВР), построенные на основе колебательных систем с одной и двумя степенями свободы с целью выяснения их способности обеспечить возможно большую акустическую мощность и ширину полосы резонансной кривой по фиксированному уровню мощности при равных массе акустически нагруженных систем, сопротивлении излучения и вынуждающей силе на заданной частоте.

Простейшая модель однорезонансного излучателя малых волновых размеров (МВР-1), которой соответствует широкий класс реальных излучателей, представляет собой линейную неконсервативную систему с одной степенью свободы (рис. 1, *а*), в которой гармонической вынуждающей силой $F=F_0e^{j\omega t}$ возбуждаются колебания с круговой частотой ω [1], а масса m нагружена на акустический импеданс $Z_S=R_S+j\omega M_S$, где R_S – сопротивление излучения (реальная часть импеданса излучения), которая наряду с сопротивлением диссипативных потерь r в элементе податливости определяет общее сопротивление потерь $R=R_S+r$ в системе, M_S – присоединенная масса. Для гармонических колебаний, когда смещение и скорость пропорциональны друг другу, а потери – на излучение и диссипативные – пропорциональны скорости, амплитуда скорости вынужденных колебаний определяется выражением [2]:

$$v=F_0/[j\omega M_0(1-\omega_0^2/\omega^2)+R]$$

и на частоте $\omega=\omega_0$ принимает вид

$$v|_{\omega_0}=V=F_0\sqrt{N-1}/[\Delta_N M_0],$$

где $\omega_0=\sqrt{\varkappa/M_0}$, $M_0=m+M_S$, $\Delta_N=\Delta_2\cdot\sqrt{N-1}$ – ширина резонансной кривой по уровню акустической мощности $W_N=\dfrac{1}{N}R_S|V|^2$, N – любое действительное число, большее единицы, $\Delta_2=R/M_0$. Отметим, что влияние частот-

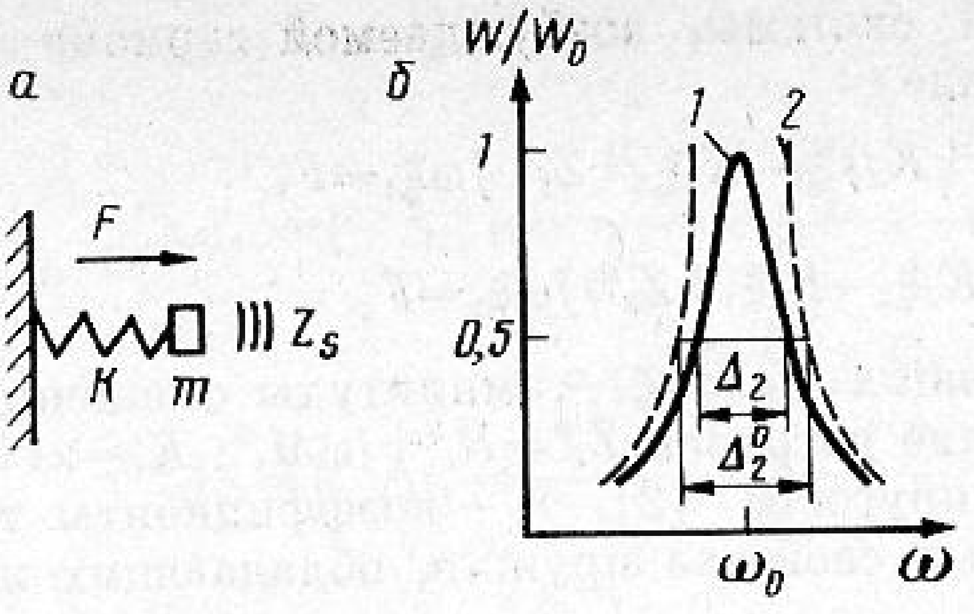

Рис. 1

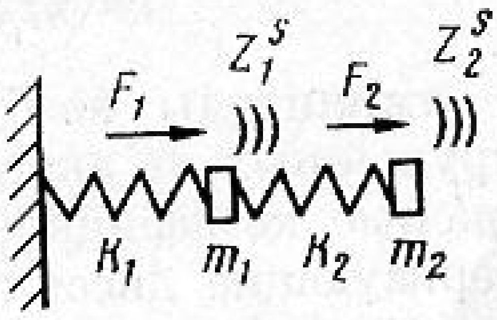

Рис. 2

Рис. 1. Схема и частотная характеристика акустической мощности $W={}^1\!/_2 R_S|v|^2$ ($W_0=W|_{\omega_0}$) излучателя МВР-1: *1* – при $R=R_S+r\neq 0$; *2* – при $R=0$, $\Delta_2{}^0=\sqrt{2}\Delta_2$

Рис. 2. Схема излучателя МВР-2

ной зависимости R_S на величину резонансной частоты $\omega_р=\omega_0$ незначительно ввиду справедливости для излучателей МВР соотношения $R_S\ll\omega M_S$.

Максимальную колебательную скорость излучающей поверхности (акустическую мощность), ширину резонансной кривой по заданному уровню мощности, габариты и вес реальных излучателей определяют взаимозависимые величины предельно возможной (допустимой) амплитуды возбуждающей силы $F_д\geqslant F_0$, M_0 и R. При фиксированных M_0, R_S и заданном N в рамках определенного типа излучателя МВР-1 (электромагнитного, магнитострикционного, пьезоэлектрического, гидравликоакустического и т. д.) со своей величиной $F_д$ возможность увеличения V и Δ_N связана с уменьшением сопротивления диссипативных потерь r. Преднамеренное же увеличение потерь r лишено смысла, поскольку приводит к снижению скорости V и уменьшению ширины полосы Δ_N по заданному уровню $W_N=\dfrac{1}{N}R_S|V|^2$, соответствующему исходному значению r. От диссипативных потерь следует избавляться, насколько это возможно. Однако даже при $R\to 0$, $\Delta_N\to\Delta_N{}^0=\sqrt{N}\Delta_2$, т. е. «предельное расширение» полосы частот по первоначально заданному уровню акустической мощности ограничено значением $\Delta_N{}^0$. Так, по уровню 1/2 максимальной мощности при исходном значении r полоса ограничивается значением $\sqrt{2}\Delta_2$ (рис. 1, *б*).

Когда от излучателя требуется одновременно возможно большие излучаемая мощность и ширина рабочей полосы, критерием эффективности его колебательной системы целесообразно считать величину (обозначим ее A) произведения ширины резонансной кривой акустической мощности по уровню 1/2 максимального ее значения и соответствующей ей амплитуды колебательной скорости нагруженной («излучающей») массы. По такому критерию, чем больше предельное значение величины A, тем более эффективна колебательная система излучателя. Для излучателя МВР-1 такая величина ограничена сверху значением $F_д/M_0$:

$$A=V\Delta_2=F_0/M_0\leqslant F_д/M_0.$$

Одним из возможных путей преодоления указанных ограничений представляется путь построения излучателей на основе колебательных систем с несколькими степенями свободы [3].

Рассмотрим модель излучателя МВР на основе линейной колебательной системы с двумя степенями свободы – МВР-2 (рис. 2).

Уравнения движения такой системы, возбуждаемой гармоническими силами, можно представить в виде

$$
\begin{aligned}
&-m_1\omega^2\xi_1+(K_1+K_2)\,\xi_1-K_2\xi_2+Z_1^s\cdot j\omega\xi_1=F_1,\\
&-m_2\omega^2\xi_2+K_2\xi_2-K_2\xi_1+Z_2^s\cdot j\omega\xi_2=F_2,
\end{aligned}
\qquad (1)
$$

где F_i — амплитуды возбуждающих сил; ξ_i — амплитуды смещений масс m_i, нагруженных на акустические нагрузки $Z_i^s=R_i^s+j\omega M_i^s$; $K_i=\varkappa i+j\omega r_i$ — комплексные коэффициенты упругости [2], r_i — коэффициенты трения, характеризующие диссипативные свойства пружин, обладающих жесткостями $\varkappa_i$ $(i=1;\ 2)$.

Выражения для амплитуд скоростей $v_i=j\omega\xi_i$ вынужденных колебаний, определенные из системы уравнений (1), имеют следующий вид:

$$
\begin{aligned}
v_1&=\left[F_1\left(1-\frac{\omega_2}{n_2^2}+j\omega\frac{R_2}{\varkappa_2}\right)+F_2\left(1+j\frac{\omega r_2}{\varkappa_2}\right)\right]\Big/ Z(\omega),\\
v_2&=\left[F_1\left(1+j\frac{\omega r_2}{\varkappa_2}\right)+\frac{F_2}{\gamma^2}\left(1-\frac{\omega^2}{n_1^2}+j\frac{\omega R_1}{\varkappa_2}\gamma^2\right)\right]\Big/ Z(\omega),
\end{aligned}
\qquad (2)
$$

где

$$
Z(\omega)=X(\omega)+jY(\omega),\quad X(\omega)=R_1\left(1-\frac{\omega^2}{n_2^2}\right)+\frac{R_2}{\gamma^2}\left(1-\frac{\omega^2}{n_1^2}\right)-2r_2,
$$

$$
Y(\omega)=-\frac{\varkappa_2}{\omega}\left[\frac{\left(1-\frac{\omega^2}{n_1^2}\right)\left(1-\frac{\omega^2}{n_2^2}\right)}{\gamma^2}-1-\frac{\omega^2(R_1R_2-r_2^2)}{\varkappa_2^2}\right],
$$

$$
R_1=R_1^s+r_1+r_2,\quad R_2=R_2^s+r_2,\quad \gamma^2=\varkappa_2/(\varkappa_1+\varkappa_2),
$$

$$
n_1^2=(\varkappa_1+\varkappa_2)/M_1,\quad n_2^2=\varkappa_2/M_2,\quad M_i=m_i+M_i^s.
$$

На частотах ω_k $(k=1,\ 2)$, лишь незначительно отличающихся от резонансных, определяемых из уравнения $Y(\omega)=0$ при достаточно малых $\omega_k r_i/\varkappa_2$, $\omega_k R_i/\varkappa_2\ll 1$ для амплитуд скоростей, в соответствии с выражениями (2) получим

$$
v_1|_{\omega_k}=V_{1k}=\left[F_1\left(1-\frac{\omega_k^2}{n_2^2}\right)+F_2\right]\Big/ X_k, \qquad (3)
$$

$$
v_2|_{\omega_k}=V_{2k}=\left[F_1+\frac{F_2}{\gamma^2}\left(1-\frac{\omega_k^2}{n_1^2}\right)\right]\Big/ X_k, \qquad (4)
$$

где $X_k=X(\omega_k)$.

Ширина полосы Δ_{Nk} каждого резонанса по уровню мощности излучения $1/N$ максимальной, $\frac{1}{N}R_S|V_{ik}|^2$, может быть оценена из формулы

$$
\Delta_{Nk}=\sqrt{N-1}\,\frac{X_k}{M}\,\frac{n_2^2+n_1^2\gamma^2}{\omega_2^2-\omega_1^2} \qquad (5)
$$

с тем большей точностью, чем меньше отношение $\Delta_{Nk}/\omega_k=\beta^2\ll 1$ (при $\beta\ll 1$ с точностью до величин второго порядка малости), $M=M_1+M_2$.

Для произведения амплитуд скоростей на ширину полосы отдельного резонанса по уровню 1/2 акустической мощности на резонансе справедливы соотношения

$$A_{1k}=V_{1k}\Delta_{2k}=\frac{F_1\left(1-\frac{\omega_k^2}{n_2^2}\right)+F_2}{M}\cdot\frac{n_2^2+n_1^2\gamma^2}{\omega_2^2-\omega_1^2}, \qquad (6)$$

$$A_{2k}=V_{2k}\Delta_{2k}=\frac{F_1+\frac{F_2}{\gamma^2}\left(1-\frac{\omega_k^2}{n_1^2}\right)}{M}\cdot\frac{n_2^2+n_1^2\gamma^2}{\omega_2^2-\omega_1^2}. \qquad (7)$$

В случае наибольшего сближения собственных частот ω_k, которое достигается при равенстве парциальных частот системы $n_1^2=n_2^2=n^2$ [4], вы-

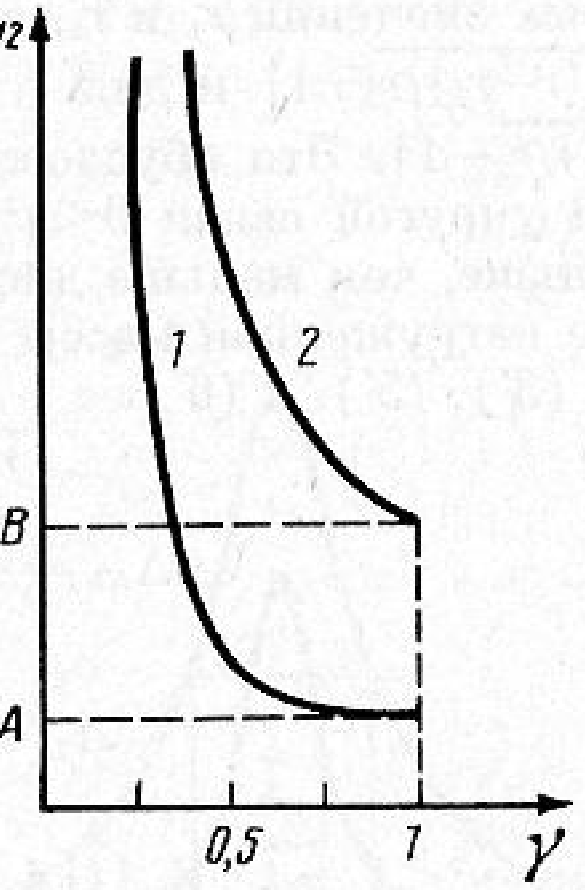

Рис. 3. Зависимость «эффективного» сопротивления диссипативных потерь от коэффициента упругой связи: *1, 2* – на собственных частотах ω_1, ω_2 соответственно; на оси r_{12} точке *A* соответствует значение r_1, а точке B – (r_1+4r_2)

ражения (3)–(7) принимают более простой вид

$$V_{1k}=\frac{F_1\gamma_k+F_2}{R_1^S+R_2^S/\gamma^2+r_{12}}\cdot\frac{1}{\gamma_k}, \qquad (3')$$

$$V_{2k}=V_{1k}/\gamma_k, \qquad (4')$$

$$\Delta_{Nk}=\frac{1+\gamma^2}{2M}[R_1^S+R_2^S/\gamma^2+r_{12}]\sqrt{N-1}, \qquad (5')$$

$$A_{1k}=\frac{F_1\gamma_k+F_2}{M}\cdot\frac{\gamma_k+1/\gamma_k}{2}, \qquad (6')$$

$$A_{2k}=A_{1k}/\gamma_k, \qquad (7')$$

где

$$r_{12}=r_1+r_2\left(1-\frac{1}{\gamma_k}\right)^2, \quad \gamma_k=\begin{cases}\gamma & \text{для } \omega_1\\ -\gamma & \text{для } \omega_2.\end{cases}$$

Из приведенных выражений видно, что роль «эффективного» сопротивления диссипативных потерь r_{12} для излучателя МВР-2 аналогична роли сопротивления r для излучателя МВР-1, следовательно, чем меньше r_{12}, тем лучше. Однако следует отметить существенную особенность r_{12} – их зависимость от коэффициента упругой связи $\gamma^2=\varkappa_2/(\varkappa_1+\varkappa_2)<1$ (рис. 3). Из графика, представленного на рис. 3, видно, что с уменьшением γ величина r_{12} неограниченно возрастает за счет роста вклада слагаемого $r_2(1-(1/\gamma_k))^2$, обусловленного сопротивлением диссипативных потерь $r_2\neq0$ во второй пружине и зависящего от номера собственной частоты колебательной системы. Причем величина r_{12} всегда больше на собственной частоте ω_2, поэтому ширина полосы Δ_{N_2} в области ω_2 всегда больше ширины полосы Δ_{N_1} в области собственной частоты ω_1, а амплитуда скорости V_{i2} на частоте ω_2 в случае $F_1, F_2>0$ будет всегда меньше амплитуды скорости V_{i1} на частоте ω_1. При этом $|A_{i2}|=|A_{i1}|$.

Проанализируем полученные соотношения (3′)−(7′) в случаях, когда можно с достаточной очевидностью оценить возможности излучателя МВР-2 в достижении максимальной колебательной скорости излучающей поверхности на одной из собственных частот ω_k и ширины резонансной кривой в ее области в сравнении с излучателем МВР-1, имеющим равную ω_k резонансную частоту.

Будем полагать, что $F_1\gamma_k+F_2=F_0$, акустически нагружена одна из масс (m_1 либо m_2), $M=m_1+m_2+M_S=M_0$, а $r_{12}=r$. Последнее условие выполнимо не для любых значений r_1 и r_2, а лишь для $r_1<r$ на частоте ω_1, когда $\gamma=\gamma^{(1)}=1/[\sqrt{(r-r_1)/r_2}+1]$ и для $r_1+4r_2<r$ на частоте ω_2, когда $\gamma=\gamma^{(2)}=1/[\sqrt{(r-r_1)/r_2}-1]$. Это обусловлено областью возможных значений коэффициента упругой связи $0<\gamma^2<1$. Очевидно, что $\gamma^{(1)}<\gamma^{(2)}$ и их значения тем меньше, чем меньше диссипативные потери r_1 и r_2 (рис. 3).

В случае нагруженной массы $m_1(Z_1^S=Z_S,\ Z_2^S=0)$ в соответствии с выражениями (3′), (5′), и (6′)

$$V_{1k}=V/\gamma_k, \tag{8}$$

$$\Delta_{Nk}=\frac{1+\gamma^2}{2}\sqrt{N-1}\,\Delta_2, \tag{9}$$

$$A_{1k}=A\,\frac{\gamma_k+1/\gamma_k}{2}. \tag{10}$$

Поскольку $\gamma^2<1$, то $|V_{1k}|(|A_{1k}|)>|V|(|A|)$, *а* при $(1+\gamma^2)\sqrt{N-1}/2>1$ ширина полосы $\Delta_{Nk}>\Delta_2$. Из приведенных соотношений следует, что: при $\gamma\leqslant 0{,}5$ амплитуда колебательной скорости V_{1k} может превышать значения V в несколько раз, а, начиная со значений $N>N_0=1+4/(1+\gamma^2)^2$, при $\gamma\leqslant\sqrt{2/N}$ величина ширины полосы Δ_{Nk} по уровню 1/2 максимальной мощности излучателя с одной степенью свободы − МВР-1 превосходит величину ширины полосы Δ_2 по тому же уровню, хотя при этом $\Delta_{2k}<\Delta_2$ («узкополосный» режим). Например, при $\gamma=0{,}5$ амплитуда скорости $V_{1k}=2V$, а ширина полосы Δ_{Nk}, начиная с $N>N_0=3{,}56$, больше Δ_2, и по уровню 1/2 максимальной мощности излучателя МВР-1 превосходит ее более чем в 1,6 раза (рис. 4, *а*).

В случае нагруженной массы m_2 ($Z_1^S=0,\ Z_2^S=Z_S$) в соответствии с выражениями (4′), (5′) и (7′) получим

$$V_{2k}=V\,\frac{R_S+r}{R_S+\gamma^2 r}, \tag{11}$$

$$\Delta_{Nk}=\Delta_2\sqrt{N-1}\,\frac{1+1/\gamma^2}{2}\,\frac{R_S+\gamma^2 r}{R_S+r}, \tag{12}$$

$$A_{2k}=A\,\frac{1+1/\gamma^2}{2}. \tag{13}$$

Из соотношения (11) следует, что при малых r в сравнении с R_S амплитуда колебательной скорости V_{2k} хотя и больше V, но незначительно. Из соотношений (12) и (13) видно, что при достаточно малых γ ширина полосы Δ_{2k} и величина A_{2k} могут в несколько раз превосходить соответственно Δ_2 и A («широкополосный» режим). Так, для $\gamma=0{,}5$ и $r=0{,}3R_S$ амплитуда скорости V_{2k} превышает V менее чем в 1,3 раза, в то время как ширина полосы Δ_{2k} больше Δ_2 более чем в 2 раза (рис. 4, *б*).

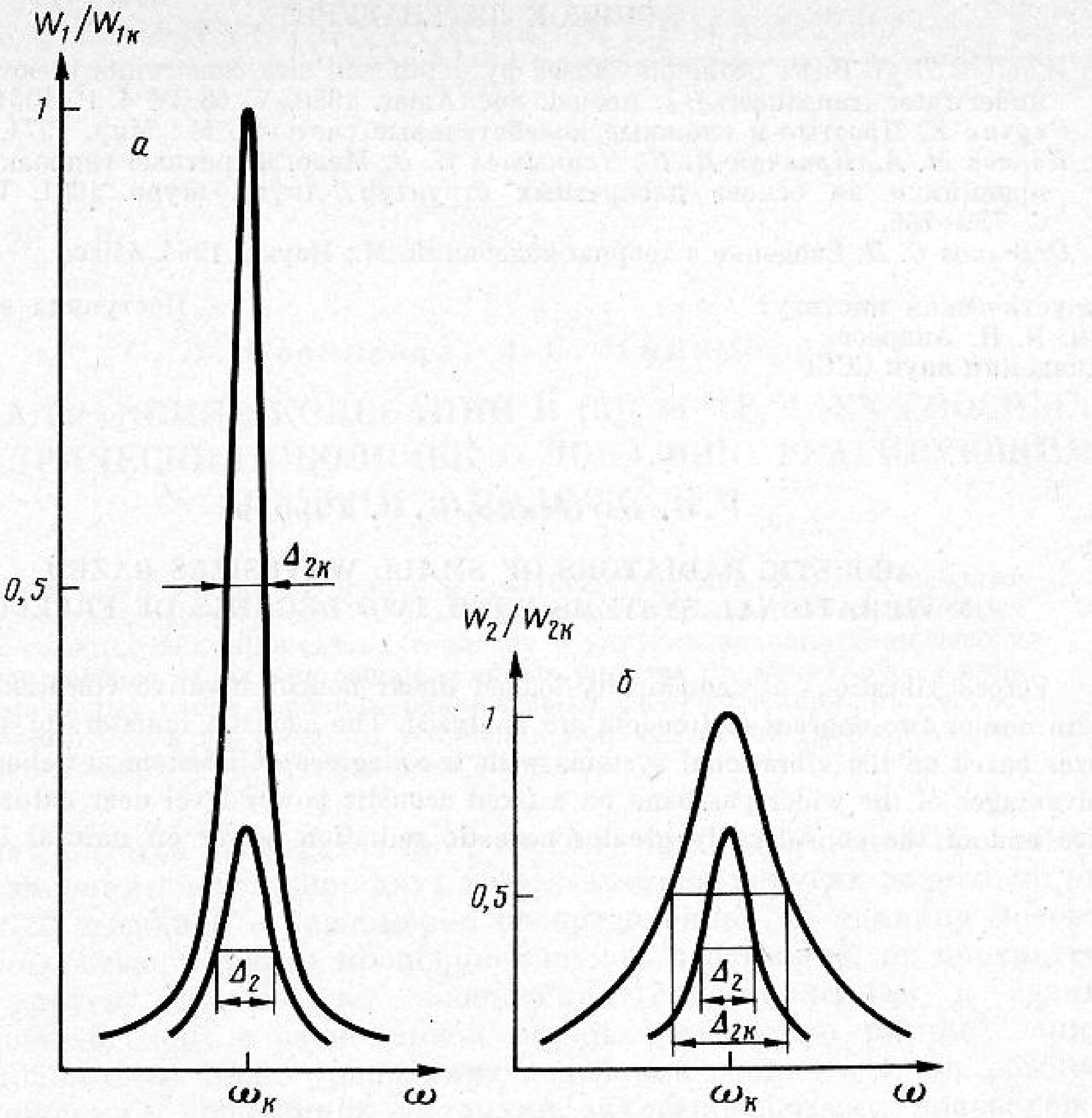

Рис. 4. Частотная характеристика акустической мощности $W_i = {}^1/_2 R_S |v_i|^2$ $(W_{ik} = W_i|_{\omega k})$ в области резонансов излучателя МВР-2: *а* – «узкополосный» режим при $Z_1{}^S = Z_S$, $Z_2{}^S = 0$, $\gamma = 0{,}5$, $r_{12} = r$; *б* – «широкополосный» режим при $Z_1{}^S = 0$, $Z_2{}^S = Z_S$, $\gamma = 0{,}5$, $r_{12} = r = 0{,}3R_S$

Из проведенного анализа следует, что при равных эффективной вынуждающей силе (F_0), акустической нагрузке ($Z_1{}^S$ либо $Z_2{}^S = Z_S$) и массе $(M = M_0)$ колебательных систем излучателей МВР с одной и двумя степенями свободы с равными «эффективными» диссипативными потерями $(r_{12} = r)$, вторая в сравнении с первой обладает возможностями получения существенно бóльших: амплитуды колебательной скорости нагруженной массы, а значит, акустической мощности, на резонансе при бóльшей ширине полосы по уровню 1/2 максимальной мощности излучателя МВР-1 («узкополосный режим») и ширины полосы по уровню 1/2 максимальной мощности при незначительно бóльшей, соответствующей ей колебательной скорости («широкополосный» режим).

В заключение отметим, что в рассмотренном случае при равенстве парциальных частот колебательной системы произведение ширины резонансной кривой для мощности по уровню 1/2 ее максимального значения и соответствующей ей амплитуды колебательной скорости будет наибольшим, по абсолютной величине, в «широкополосном» режиме:

$$|A_{2k}| > |A_{1k}| > |A|.$$

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Woollett R. S.* Basic problems caused by depth and size constraints in low-frequency underwater transducers // J. Acoust. Soc. Amer. 1980. V. 68. № 4. P. 1031–1037.
2. *Скучик Е.* Простые и сложные колебательные системы. М.: Мир, 1971. Гл. 3.
3. *Конева М. А., Кравчун П. Н., Чернышев К. В.* Малогабаритные гидроакустические приемники на основе дискретных структур // Акуст. журн. 1981. Т. 27. № 5. С. 759–766.
4. *Стрелков С. П.* Введение в теорию колебаний. М.: Наука, 1964. 440 с.

Акустический институт
им. Н. Н. Андреева
Академии наук СССР

Поступила в редакцию
24.07.89

V. G. Kirilenko, V. A. Pirogov

ACOUSTIC RADIATORS OF SMALL WAVESIZES BAZED ON VIBRATIONAL SYSTEMS WITH TWO DEGREES OF FREEDOM

Forced vibrations of acoustically loaded linear nonconservative vibrational systems with one or two degrees of freedom are analyzed. The acoustic radiators of small wavesizes bazed on the vibrational systems with two degrees of freedom are shown to have advantages of the wider passband on a fixed acoustic power level near natural frequencies and of the considerably greater acoustic radiation power on natural frequencies.