



XXVII сессия Российского акустического общества,
посвященная памяти ученых-акустиков
ФГУП «Крыловский государственный научный центр»
А. В. Смольякова и В. И. Попкова
Санкт-Петербург, 16-18 апреля 2014 г.

А. И. Комкин, М. А. Миронов *, С.И. Юдин

Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана

105005 Москва, ул. 2-я Бауманская, 5

E-mail: akotkin@mail.ru

**Акустический институт им. акад. Н.Н. Андреева РАН*

117036 Москва, ул. Шверника, 4

E-mail: mironov@akin.ru

Исследование акустических характеристик резонатора Гельмгольца

Работа посвящена исследованию торцевого резонатора Гельмгольца в канале. Приводятся результаты измерения акустических характеристик такого резонатора на экспериментальном стенде. Экспериментальные данные сравниваются с результатами расчетов с использованием аналитических моделей резонатора и результатами конечно-элементного моделирования рассматриваемой системы при граничных условиях, соответствующих жесткой стенке, и с учетом наличия пристеночного термо-вязкого пограничного слоя.

Ключевые слова: канал, резонатор Гельмгольца, акустические характеристики, собственная частота, расчет, метод конечных элементов

При проектировании резонаторов Гельмгольца одной из основных задач является оценка его собственной (резонансной) частоты. Диссипативные потери в резонаторе обычно не учитывают, а если и учитываются, то, как правило, ограничиваются рассмотрением вязких потерь в его горле [1]. Вместе с тем диссипативные потери в таком резонаторе могут приводить, с одной стороны, к значительному поглощению падающей на него звуковой мощности на резонансной частоте, а, с другой стороны, при определенных условиях (неглубоких резонаторах), к изменению и самой резонансной частоты. Некоторые аспекты решения этой проблемы рассмотрены в работах [2-8].

Целью данной работы является измерение акустических характеристик торцевого резонатора Гельмгольца с проведением последующего сравнительного анализа различных подходов к теоретической оценке таких характеристик.

Схема измерительной установки – двухмикрофонной импедансной трубы - представлена на рис.1. Резонатор размещался в торце измерительной трубы, на другом конце которой был установлен динамик, подключенный к генератору белого шума. Звуковое поле в трубе регистрировались микрофонами в точках 1 и 2 и оцифровывалось двухканальным АЦП.

После этого вычислялись комплексные спектры сигналов. Далее по известным формулам определялись комплексные амплитуды прямой и отраженной звуковых волн, коэффициент отражения, а также коэффициент поглощения и входной импеданс резонатора в точке 3. Основные размеры установки и резонатора: диаметр измерительной трубы $D = 99$ мм, диаметр горла резонатора $d_0 = 10$ мм, диаметр цилиндрической полости резонатора $d = 92$ мм. Глубина резонатора L при исследованиях варьировалась в диапазоне от 32 мм до 5 мм. Измерения проводились при двух длинах горла резонатора l : 2 и 20 мм. Полученные экспериментально акустические характеристики резонатора, как функции частоты f , показаны на рис. 2.

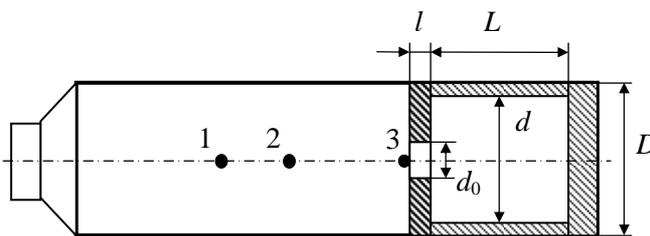


Рис. 1. Схема измерительной установки

Из представленных данных следует, что чем больше глубина резонатора, тем большее значение коэффициента поглощения на резонансе ей соответствует. С уменьшением глубины резонатора не только уменьшается поглощение резонатора, но уменьшается и диапазоны изменений действительной и мнимой частей коэффициента отражения. С уменьшением длины горла поглощение на резонансе увеличивается, откуда можно заключить, что основным фактором определяющим поглощение в резонаторе является потери в термо-вязком пограничном слое в полости резонатора. Кроме того, как и следовало ожидать, увеличение длины горла резонатора приводит к уменьшению ширины резонансных кривых.

Проанализируем поведение собственной частоты резонатора Гельмгольца в зависимости от глубины полости резонатора (таблица). Результаты экспериментальной оценки собственной частоты резонатора f_0 (Гц) с длиной горла $l = 2$ мм, определяемой из условия равенства нулю мнимой части коэффициента отражения, представлены в первой строке таблицы. Как и следовало ожидать, собственная частота резонатора с уменьшением глубины полости увеличивается, вследствие уменьшения его объема.

Таблица. Оценка собственной частоты f_0 , Гц, торцевого резонатора Гельмгольца

Метод оценки	Глубина резонатора Гельмгольца, L , мм				
	5	7	12	20	32
Эксперимент	747	676	552,5	441,5	348
Аналитический расчет (модель 1)	808,5	711,5	563	441	348,5
Численный расчет (модель 2)	805	710	563	441,5	349
Аналитический расчет (модель 3)	791,5	700,5	557,5	438	347

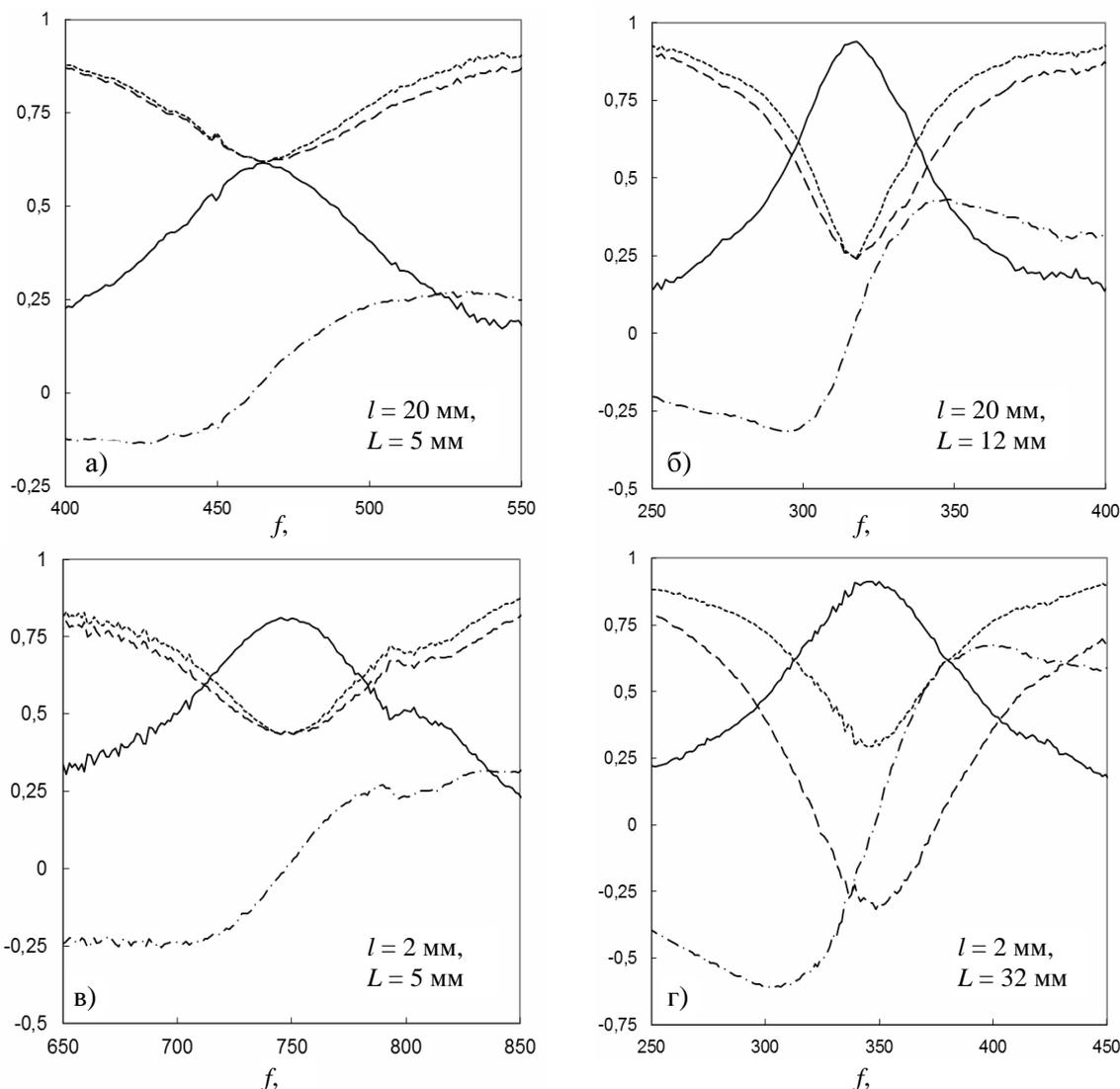


Рис. 2. Зависимости акустических характеристик резонатора Гельмгольца от его геометрических размеров: действительная часть (---), мнимая часть (- · -) и модуль (·····) коэффициента отражения; (—) — коэффициент поглощения

В простейшей аналитической модели резонатора Гельмгольца (модель 1), резонатор представляется в виде колебательной системы с массой, соответствующей массе воздуха в его горле, и упругостью, определяемой упругостью воздуха в объеме резонатора. При этом собственная частота резонатора

$$f_0 = \frac{c}{2\pi} \sqrt{\frac{S_0}{Vl_c}}, \quad (1)$$

где c — скорость звука в среде; $V = SL$ — объем резонатора; $S = \pi d^2/4$ и $S_0 = \pi d_0^2/4$ — площади поперечных сечений полости и горла резонатора; $l_c = l + l_i + l_e$ — эффективная длина горла резонатора, определяемая помимо действительной длины горла l присоединенными длинами горла с внутренней l_i и внешней l_e стороны резонатора.

Внешняя присоединенная длина горла резонатора l_e , как установил еще Ингард [1], в низкочастотном приближении представляется в виде линейной функции безразмерного параметра $g = d_0/D$:

$$l_e = \alpha(1 - \beta g) d_0 / 2. \quad (2)$$

Входящие в (2) коэффициенты α и β являются константами порядка 1. Как показали результаты конечно-элементного моделирования [8] для данной длины горла $\alpha = 0.815$ и $\beta = 1.34$. Что касается внутренней присоединенной длины, то для ее оценки также может быть использована формула (2), если в ней параметр g заменить параметром $g_i = d_0/d$.

Вместе с тем, следует иметь в виду, что при малых глубинах резонатора задняя стенка резонатора может оказывать влияние на внутреннюю присоединенную длину горла резонатора, что в свою очередь приводит к дополнительному изменению собственной частоты резонатора. Этот эффект может быть учтен, если выражение в скобках в формуле (2) заменить функцией [2, 8]

$$H(g, \bar{L}) = \frac{3\pi}{2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{J_1^2(\alpha_n g)}{g \alpha_n^3 J_0^2(\alpha_n)} \operatorname{ctg}(2\alpha_n \bar{L}), \quad (3)$$

где J_0, J_1 — функция Бесселя соответственно нулевого и первого порядка; α_n — нули функции Бесселя первого порядка.

Собственные частоты резонатора, вычисленные по формуле (1) в соответствии с моделью 1, представлены во второй строке таблицы. Сравнение этих данных с результатами эксперимента показывает, что при глубине канала $L \leq 12$ мм – порядка диаметра горла резонатора – аналитическая модель начинает давать существенно большие значения собственной частоты резонатора, причем отличия с результатами эксперимента возрастают с уменьшением глубины канала.

Для того чтобы понять причины такого расхождения была разработана конечно-элементная модель рассматриваемой системы (модель 2). Моделирование проводилось с использованием программных пакетов ANSYS и SYSNOISE в пренебрежении вязкостью и теплопроводностью среды, при граничных условиях на внутренних поверхностях трубы и резонатора, соответствующих абсолютно жесткой стенке. Рассчитанные с помощью этой модели собственные частоты резонатора приведены в третьей строке таблицы и, как показывает сравнение, эти данные хорошо согласуются с данными полученными с помощью аналитической модели 1. При малых глубинах численные расчеты несколько ближе подходят к экспериментальным данным, чем аналитические, что объясняется использованием при аналитических вычислениях конечного числа членов ряда M в формуле (3) ($M=50$). Но, все равно, отличие между расчетными и экспериментальными данными при малых L остается значительным. Этот факт позволяет предположить, что возможные причины отличия между экспериментальными и расчетными данными могут быть в том, что расчеты проводились для идеальной среды, а в действительности в объеме резонатора существует термо-вязкий пограничный слой.

По этой причине была рассмотрена еще одна аналитическая модель резонатора Гельмгольца (модель 3), в которой учитывалось наличие в резонаторе пристеночного термо-вязкого пограничного слоя (см. напр. [3]). Условно пограничный слой в горле и полости резонатора Гельмгольца выделены на рис. 3 пунктирной линией. При этом в горле резонатора, где колебательная скорость частиц среды высока, большее значение имеет вязкость среды. Поэтому в горле резонатора можно ограничиться рассмотрением вязкого пограничного слоя. В первом приближении [9]

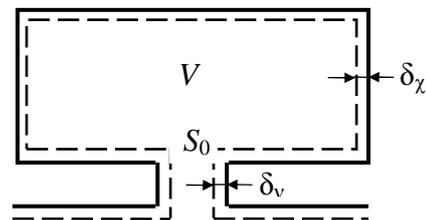


Рис. 3. Пограничный слой в резонаторе

его глубина равна $\delta_v = \sqrt{2\nu/\omega}$, где ν — кинематическая вязкость среды и ω — угловая частота. Наоборот, в полости скорость движения среды мала, поэтому там можно рассматривать только тепловой пограничный слой с глубиной $\delta_\chi = \sqrt{2\chi/\omega}$, где χ — температуропроводность среды. Величины δ_v и δ_χ малы по сравнению с характерными размерами резонатора. Их значения для рассматриваемых собственных частот резонатора составляет десятки доли миллиметра.

Предполагаем, что движение среды в горле резонатора имеет поршневой характер. Смещение частиц в горле ξ приводит к объемному смещению среды в полости резонатора на величину $Q = S_e \xi$, S_e — эффективная площадь поперечного сечения горла резонатора, $S_e = \pi(d_0 - 2\delta_v)^2/4$. Полость резонатора, в которую поступает объемное смещение Q , разбивается на две части — объемную и поверхностную. Поверхностная часть прилегает к поверхности полости и имеет толщину, равную глубине проникновения тепловой волны δ_χ . Объем поверхностной части равен $V_s = S_s \delta_\chi$, где S_s — площадь поверхности полости резонатора. Объемная часть полости резонатора занимает оставшийся объем $V_v = V - V_s$. При этом входное смещение Q равняется сумме объемных смещений поверхностной Q_s и объемной Q_v частей. Входное смещение Q приводит к возникновению в полости резонатора давления P .

В объемной части под действием давления среда P сжимается адиабатически, так что ее объемное смещение Q_v , определяемое через адиабатическую сжимаемость среды β_a , равно: $Q_v = V_v \beta_a P$. В тоже время в поверхностной части под действием давления P среда сжимается изотермически. Объемное смещение этой части Q_s определяется через изотермическую сжимаемость среды β_n и равно: $Q_s = V_s \beta_n P$. При этом отношение сжимаемостей среды $\beta_a/\beta_n = \gamma = 1,4$. Приравнивая сумму объемных смещений в полости входному объемному смещению, получим равенство

$$(V_v \beta_a + V_s \beta_n) P = S_e \xi. \quad (4)$$

Далее, учитывая, что действующая на среду в полости сила $F = P S_e$, получим с учетом (4) следующее выражение жесткости полости резонатора:

$$C = \frac{F}{\xi} = \frac{S_e^2}{\beta_a V (1 + (\gamma - 1) V_s / V)} = \frac{S_e^2}{\beta_a V_e}, \quad (5)$$

где V_e — эффективный объем полости резонатора.

Для среды с плотностью ρ колеблющаяся в горле резонатора ее масса $m = \rho l_e S_e$. Учтем также, что для адиабатической скорости звука в среде c справедливо соотношение [10]: $c^2 = \rho \beta_a$. Тогда собственная частота резонатора определится формулой

$$f_{0k} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{C}{m}} = \frac{c}{2\pi} \sqrt{\frac{S_e}{V_e l_c}}, \quad (6)$$

которая, по сути, сводится к формуле (1), если в последней заменить площадь горла и объем резонатора их эффективными значениями.

Если выразить собственную частоту f_{0k} через частоту f_0 , определяемую формулой (1), то для рассматриваемой геометрии резонатора будем иметь

$$f_{0k} = f_0 \left(1 - \frac{2\delta_v}{d_0} \right) \left(1 + \left(1 + \frac{2L}{d} \right) \frac{2\delta_z}{L} \right)^{-1/2} \approx f_0 \left(1 - \frac{2\delta_v}{d_0} - \left(1 + \frac{2L}{d} \right) \frac{\delta_z}{L} \right). \quad (6)$$

Приближенное выражение в (7) получено при условии, что глубина пограничного слоя много меньше характерных геометрических размеров резонатора.

Вычисленные с помощью этой формулы собственные частоты резонатора, в пренебрежении вязкостью в горле резонатора ($\delta_v = 0$), представлены в последней строке таблицы. Эти данные лучше соответствуют результатам эксперимента, чем результаты, полученных с использованием двух первых моделей, хотя при малых L разница остается существенной.

Таким образом, рассмотренные аналитические и численные модели дают заметное превышение резонансной частоты по сравнению с экспериментом при глубинах резонатора, меньших диаметра его горла. Для объяснения этого расхождения необходимы дополнительные исследования.

Работа поддержана грантом РФФИ (проект № 14-08-00703).

ЛИТЕРАТУРА

1. Ingard U. On the theory and design of acoustic resonators // J. Acoust. Soc. Am. 1953. V. 25, № 6. P. 1037–1061.
2. Ingard U. On the radiation of sound into a circular tube with an application to resonators // J. Acoust. Soc. Am. – 1948. – V. 20, № 5. – P. 665–682.
3. Nolle A.W. Small-signal impedance of short tubes // J. Acoust. Soc. Am. 1953. V. 25, № 1. P. 32–39.
4. Велижанина К.А., Оборотов В.А. Влияние глубины полости резонатора на его акустические свойства // Акуст. журн. 1979. Т. 25, № 5. С. 661–665.
5. Велижанина К.А., Оборотов В.А. Новый низкочастотный и инфразвуковой резонансный звукопоглотитель // Акуст. журн. 1983. Т. 29, № 1. С. 5–10.
6. Велижанина К.А., Вощукова Е.А., Свирина Л.Д. Влияние потерь в объеме резонатора на его акустические характеристики // Акуст. журн. 1985. Т. 31, № 3. С. 386–388.

7. Велижанина К.А., Вощукова Е.А., Нефедов Н.Н. О влиянии вязкости и теплопроводности среды на характеристики цилиндрического резонатора // Акуст. журн. 1986. Т. 32, № 3. С. 114–116.
8. Комкин А.И., Миронов М.А., Юдин С.И. О присоединенной длине отверстий // Акуст. журн. 2012. Т. 58, № 6. С. 677–682.
9. Ландау Л.Д., Лившиц Е.М. Гидродинамика. М.: Наука, 1988.
10. Исакович М.А. Общая акустика. М.: Наука, 1973.